



ΜΕΤΑΦΟΡΑ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΚΑΙ ΟΡΜΗΣ
ΑΠΟ ΟΔΕΥΟΝ ΕΓΚΑΡΣΙΟ ΚΥΜΑ ΣΕ ΧΟΡΔΗ.

Κ. ΕΥΤΑΞΙΑΣ

Να έχουμε πάντα

στο μυαλό μας ότι μελετάμε ένα πρότυπο!



ΠΡΟΤΥΠΙΑ!

ΗΠΙΑ ΔΙΑΤΑΡΑΧΗ

ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΠΕΡΙΓΡΑΨΟΥΜΕ ΣΑΦΩΣ
ΤΟ ΠΡΟΤΥΠΟ ΠΟΥ ΘΑ ΜΕΛΕΤΗΣΟΥΜΕ

ΠΡΟΤΥΠΟ!

1. Η χορδή έχει άπειρο μήκος.
2. Έχουμε συνεχή κατανομή μάζας και αδράνειας
3. Οι T, μ είναι τέτοιες ώστε να μπορεί να αγνοηθεί το βάρος της χορδής μήκους dx .
4. Αν και στην κατάσταση της παραμόρφωσης το τμήμα dx έχει επιμηκυνθεί οι δυνάμεις με τις οποίες έλκεται το τμήμα από τη χορδή που εκτείνεται αριστερά και δεξιά από αυτό έχουν μέτρο T .

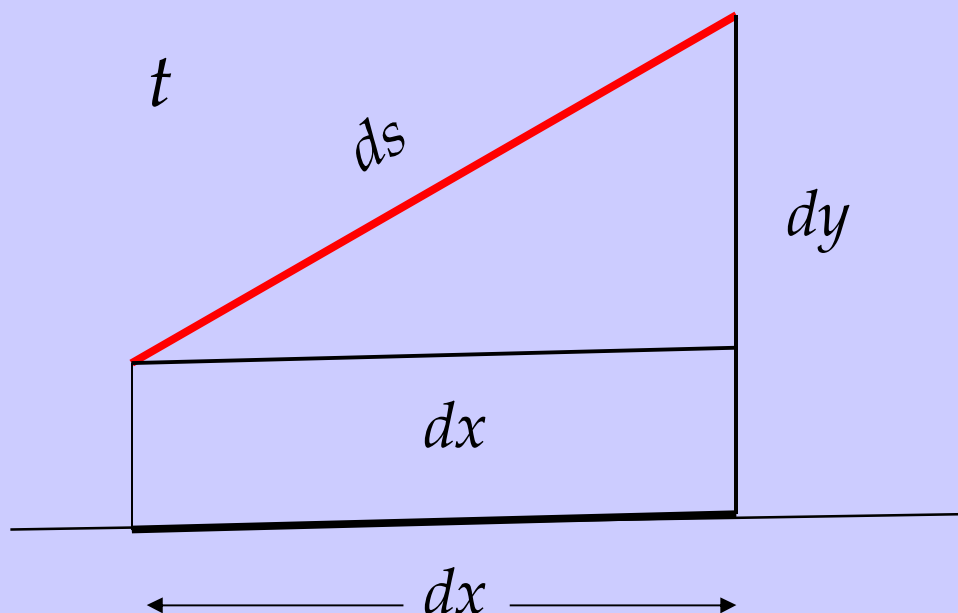
5. Το στοιχειώδες τμήμα dx κινείται αποκλειστικά εγκάρσια, μόνον παράλληλα προς τον άξονα y κατά τη διέλευση της διαταραχής.
6. Οι κλίσεις σε όλες τις θέσεις της χορδής ως προς τον οριζόντιον άξονα είναι μικρές.
7. Δεν υπάρχουν τριβές με το περιβάλλον

ΗΠΙΑ ΔΙΑΤΑΡΑΧΗ



1. ΠΩΣ ΚΑΤΑΝΕΜΕΤΑΙ
Η ΧΩΡΙΚΗ ΠΥΚΝΟΤΗΤΑ ΤΗΣ
ΔΥΝΑΜΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

$$\rho_{\delta}(x, t) = \frac{d\Delta(x, x + dx, t)}{dx}$$



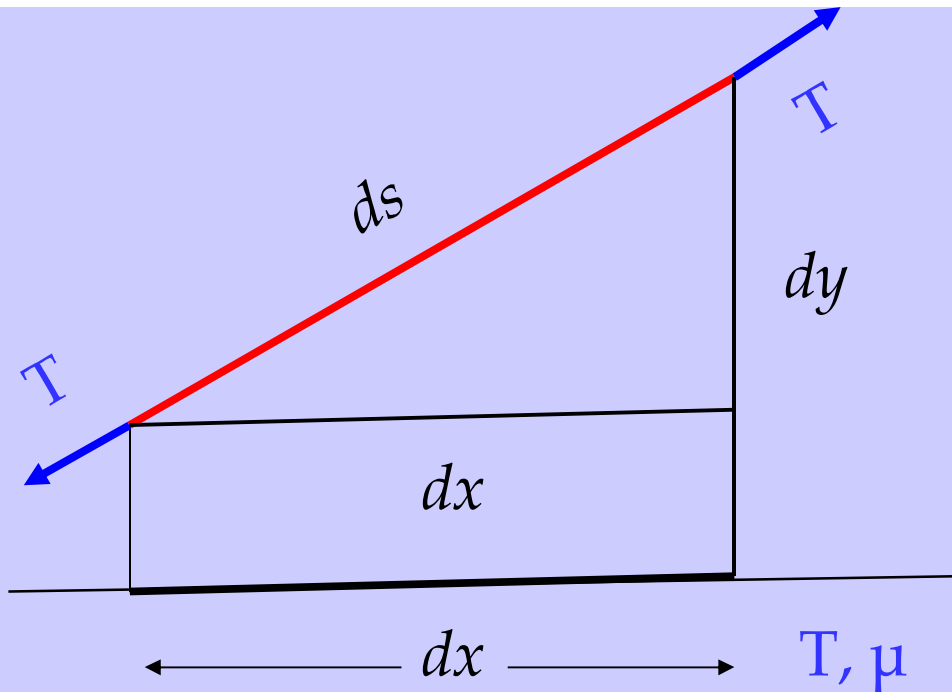
$$ds = \sqrt{dx^2 + dy^2}$$

$$\sqrt{1+a} \approx 1 + \frac{1}{2}a$$

$$a \ll 1$$

$$ds - dx = \sqrt{dx^2 + dy^2} - dx = \left[\left\{ 1 + \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 \right\}^{1/2} - 1 \right] dx$$

$$ds - dx = \left[\left\{ 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 \right\} - 1 \right] dx = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 dx$$



ΠΡΟΤΥΠΟ: $T = \text{const}$

$$ds - dx = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 dx$$

$$d\Delta(x, x + dx, t) = T(ds - dx) = \frac{1}{2} T \left(\frac{\partial y(x, t)}{\partial x} \right)^2 dx$$

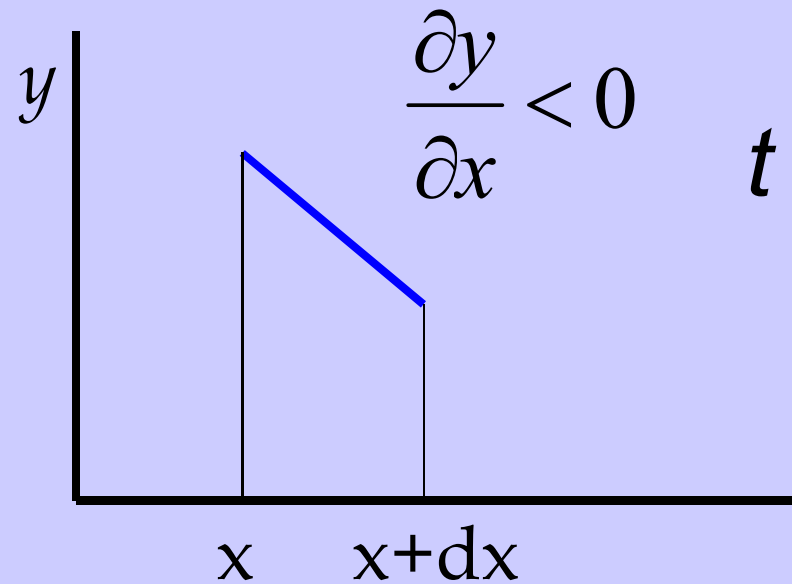
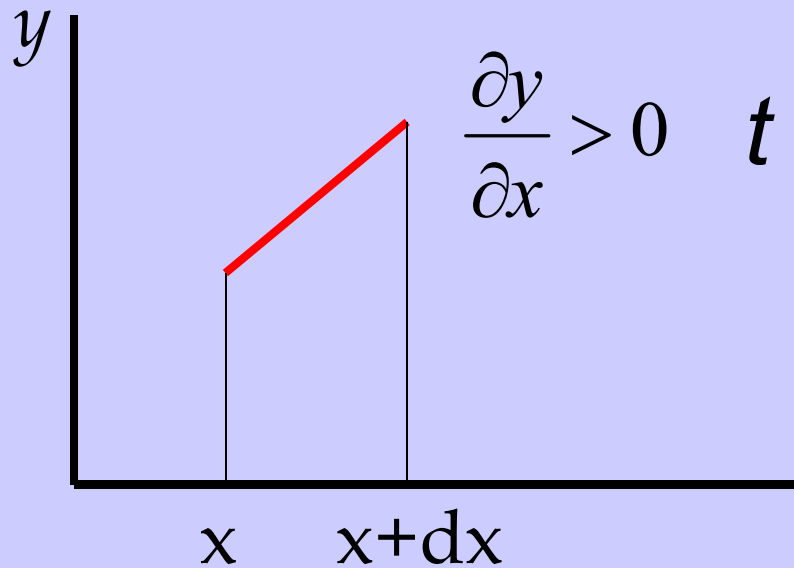
$$\rho_{\delta}(x, t) = \frac{d\Delta(x, x + dx, t)}{dx} = \frac{1}{2} T \left(\frac{\partial y(x, t)}{\partial x} \right)^2$$

$$\rho_{\delta}(x, t) = \frac{d\Delta(x, x + dx, t)}{dx} = \frac{1}{2} T \left(\frac{\partial y(x, t)}{\partial x} \right)^2$$

ΝΑ ΣΥΖΗΤΑΜΕ ΜΕ ΤΟΥΣ ΤΥΠΟΥΣ!

ΓΙΑΤΙ

εξαρτάται απο το τετράγωνο της κλίσης;

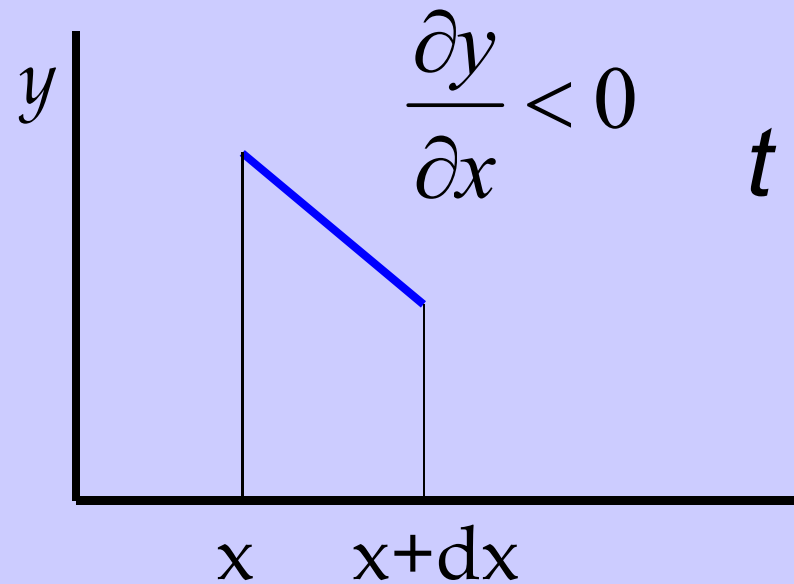
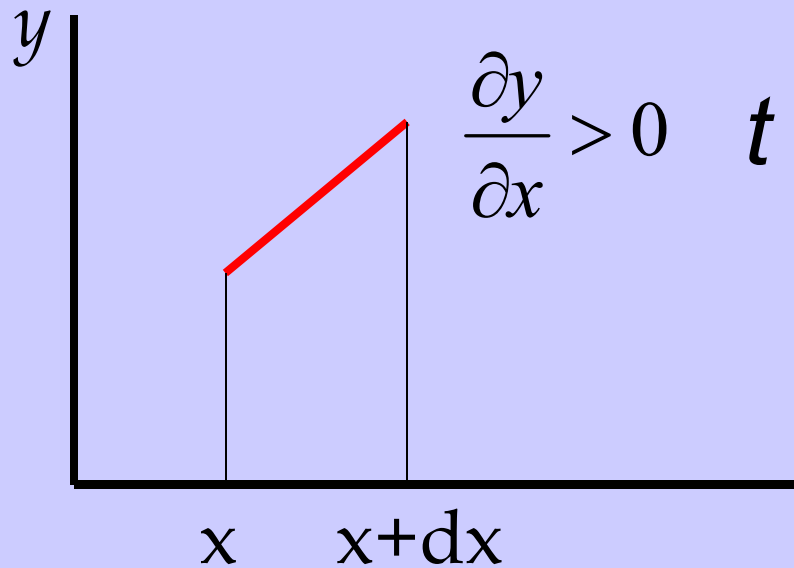


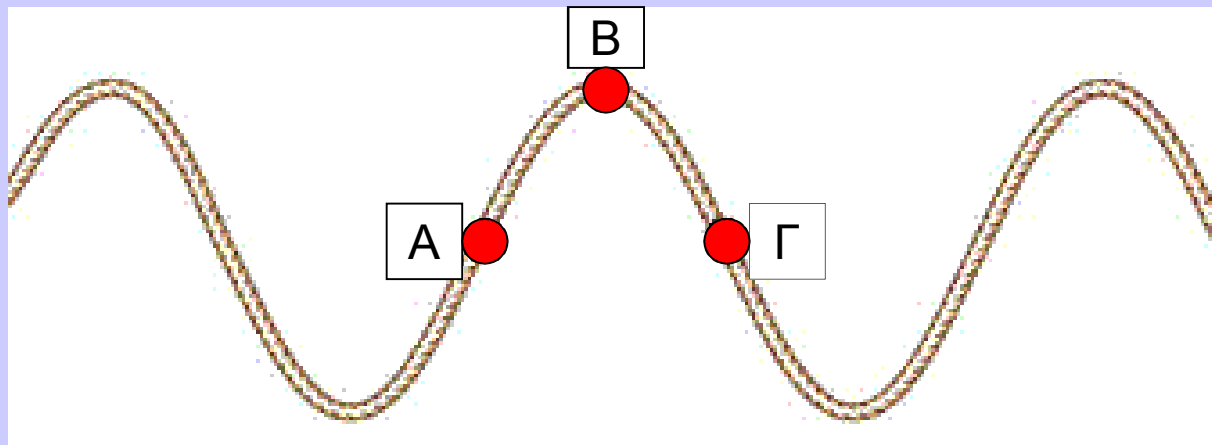
$$\rho_{\delta}(x, t) = \frac{d\Delta(x, x + dx, t)}{dx} = \frac{1}{2} T \left(\frac{\partial y(x, t)}{\partial x} \right)^2$$

ΝΑ ΣΥΖΗΤΑΜΕ ΜΕ ΤΟΥΣ ΤΥΠΟΥΣ!

ΓΙΑΤΙ

η κλίση είναι υψωμένη σε άρτια δύναμη;





$$\rho_{\delta}(x,t) = \frac{d\Delta(x, x + dx, t)}{dx} = \frac{1}{2} T \left(\frac{\partial y(x, t)}{\partial x} \right)^2$$

ΣΕ ΠΟΙΕΣ ΘΕΣΕΙΣ ΕΧΟΥΜΕ
ΜΕΓΙΣΤΑ ἢ ΕΛΑΧΙΣΤΑ
ΤΗΣ ΠΥΚΝΟΤΗΤΑΣ ΔΥΝΑΜΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ;

ΕΛΑΤΗΡΙΟ

$$U = \frac{1}{2} D (\Delta x)^2$$

$$D \rightarrow \frac{1}{C}$$

ΠΥΚΝΩΤΗΣ

$$U = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$$

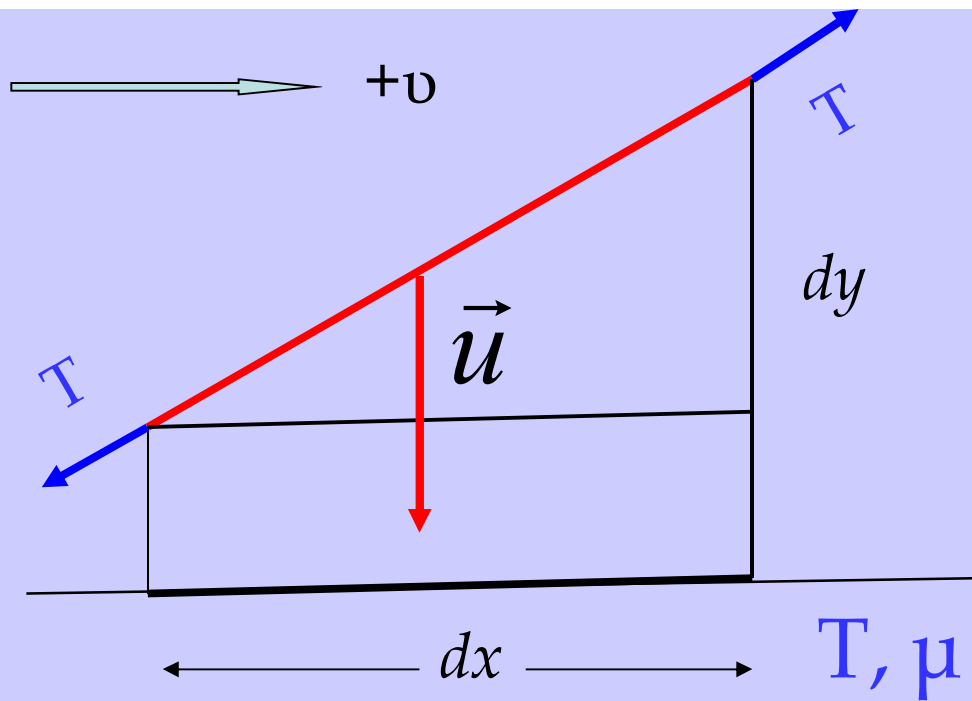
$$C = \varepsilon \frac{S}{L}$$

$$U = +mgh$$

$$U = -mgh$$

2. ΠΩΣ ΚΑΤΑΝΕΜΕΤΑΙ
Η ΧΩΡΙΚΗ ΠΥΚΝΟΤΗΤΑ ΤΗΣ
ΚΙΝΗΤΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

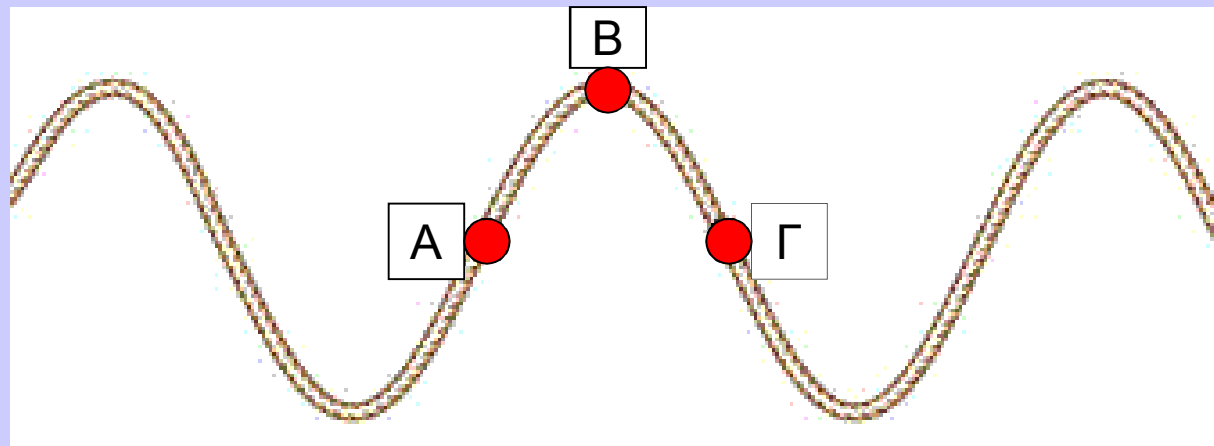
$$\rho_K(x, t) = \frac{dK(x, x + dx, t)}{dx}$$



$$u = \frac{\partial y(x, t)}{\partial t}$$

$$dK(x, x + dx, t) = \frac{1}{2} (\mu dx) u^2 = \frac{1}{2} (\mu dx) \left\{ \frac{\partial y(x, t)}{\partial t} \right\}^2$$

$$\rho_K(x, t) = \frac{dK(x, x + dx, t)}{dx} = \frac{1}{2} \mu \left\{ \frac{\partial y(x, t)}{\partial t} \right\}^2$$



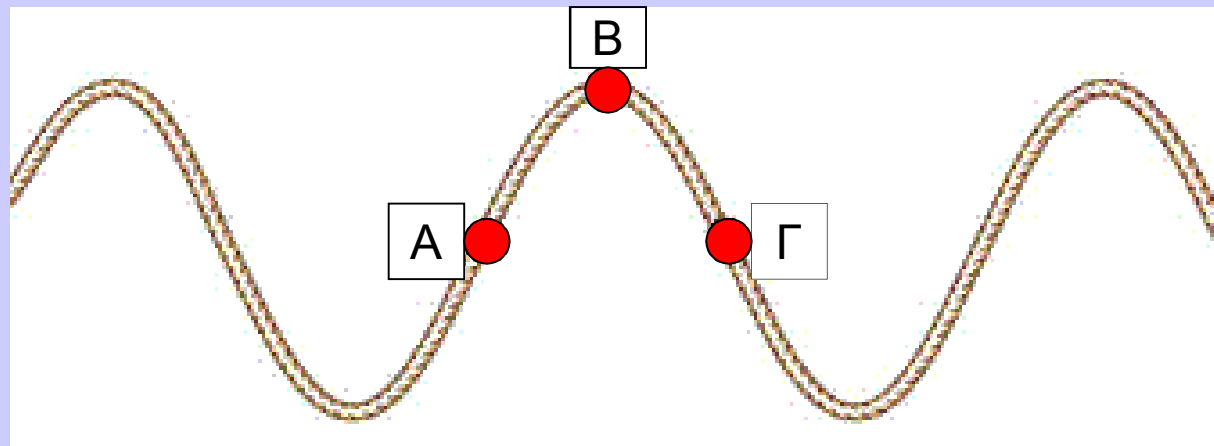
ΣΕ ΠΟΙΕΣ ΘΕΣΕΙΣ ΕΧΟΥΜΕ
ΜΕΓΙΣΤΑ ἢ ΕΛΑΧΙΣΤΑ
ΤΗΣ ΠΥΚΝΟΤΗΤΑΣ ΚΙΝΗΤΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ;

*ΥΠΑΡΧΕΙ
ΣΧΕΣΗ ΜΕΤΑΞΥ ΤΩΝ*

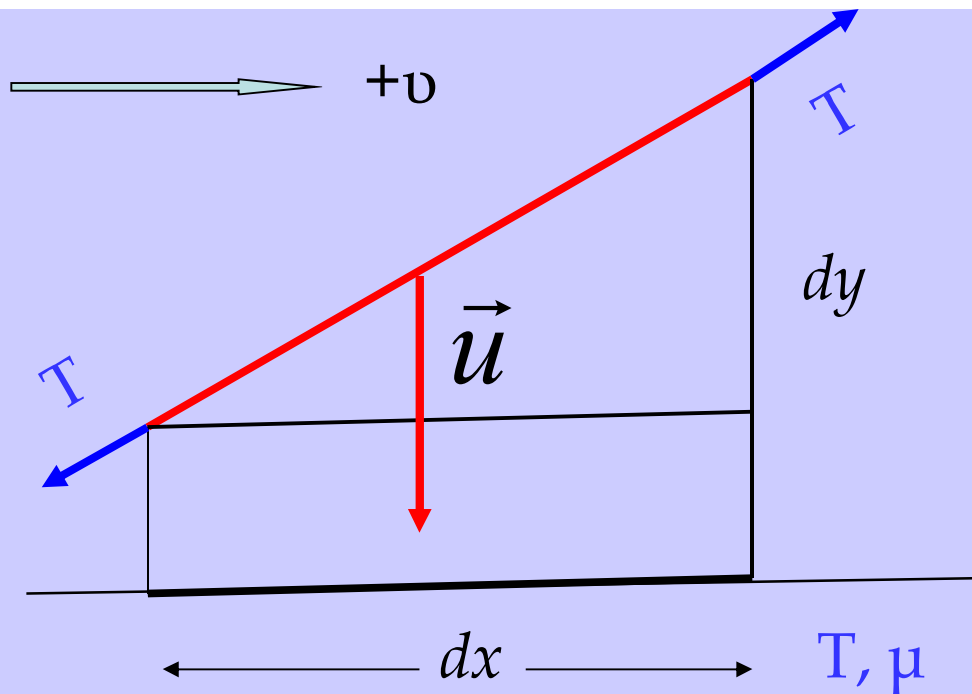
$$\rho_{\kappa}(x, t)$$

$$\rho_{\delta}(x, t)$$

;



ΣΤΗ ΘΕΣΗ Α
ΠΟΙΕΣ ΕΙΝΑΙ ΟΙ
ΠΥΚΝΟΤΗΤΕΣ
ΚΙΝΗΤΙΚΗΣ - ΔΥΝΑΜΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ;



$$\frac{\partial y(x, t)}{\partial t} = -v \frac{\partial y(x, t)}{\partial x}$$

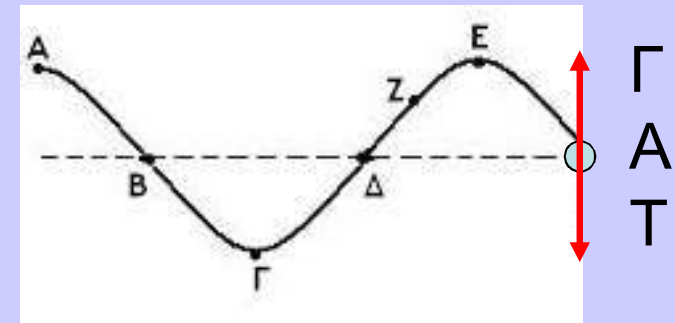
ΥΠΑΡΧΕΙ ΣΥΣΧΕΤΙΣΗ

ΜΕΤΑΞΥ ΤΩΝ

$$\rho_{\kappa}(x, t)$$

$$\rho_{\delta}(x, t)$$

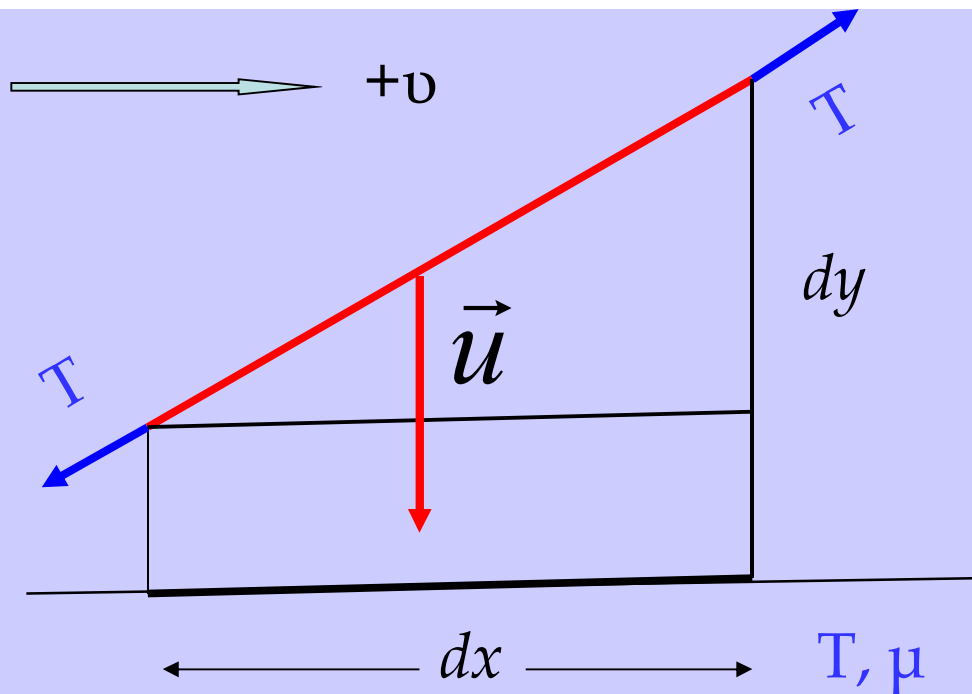
;



ΕΙΝΑΙ

$$\rho_{\kappa}(x, t) + \rho_{\delta}(x, t) = \text{const}$$

;



ΥΠΑΡΧΕΙ ΣΥΣΧΕΤΙΣΗ

ΜΕΤΑΞΥ ΤΩΝ

$$\rho_{\kappa}(x, t)$$

$$\rho_{\delta}(x, t)$$

;

$$\frac{\partial y(x, t)}{\partial t} = -v \frac{\partial y(x, t)}{\partial x}$$

ΚΙΝΗΤΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ

ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ

ΥΠΑΡΧΕΙ.
Η ΜΙΑ ΕΙΝΑΙ ΑΝΑΛΟΓΗ ΤΗΣ ΑΛΛΗΣ.

$$\rho_{\kappa}(x,t) = \frac{1}{2} \mu \left\{ \frac{\partial y(x,t)}{\partial t} \right\}^2$$

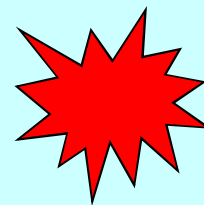
$$\rho_{\delta}(x,t) = \frac{1}{2} T \left(\frac{\partial y(x,t)}{\partial x} \right)^2$$

$$\frac{\partial y(x,t)}{\partial t} = -v \frac{\partial y(x,t)}{\partial x}$$

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

$$\rho_{\kappa}(x,t) = \frac{1}{2} \mu \left(\frac{\partial y(x,t)}{\partial t} \right)^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{T}{v^2} \right) \left(-v \frac{\partial y(x,t)}{\partial x} \right)^2$$

$$= \frac{1}{2} T \left(\frac{\partial y(x,t)}{\partial x} \right)^2 = \rho_{\delta}(x,t)$$



$$\rho_{\kappa}(x, t) = \rho_{\delta}(x, t)$$

$$y(x, t) = a \cos \left\{ 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \right\}$$



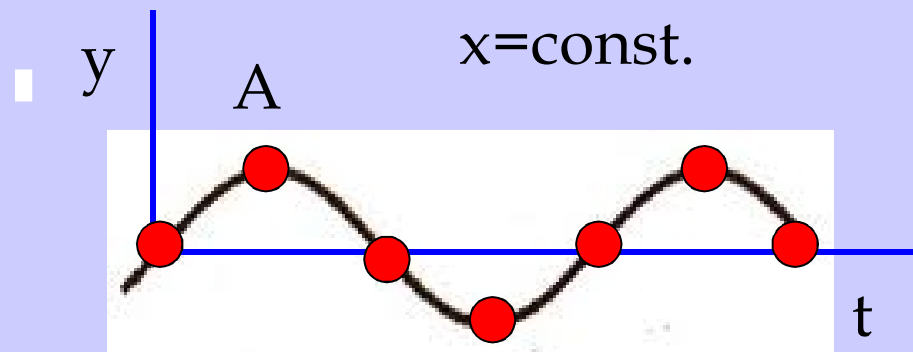
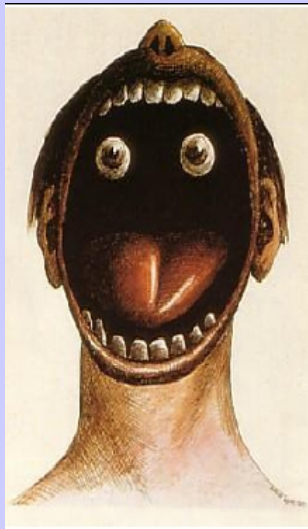
ΕΝΑΣ ΠΕΡΙΕΡΓΟΣ ΤΑΛΑΝΤΩΤΗΣ!

$$y(x, t) = A \cos(\omega t - kx)$$

$$\rho_{\kappa}(x, t) = \rho_{\delta}(x, t)$$

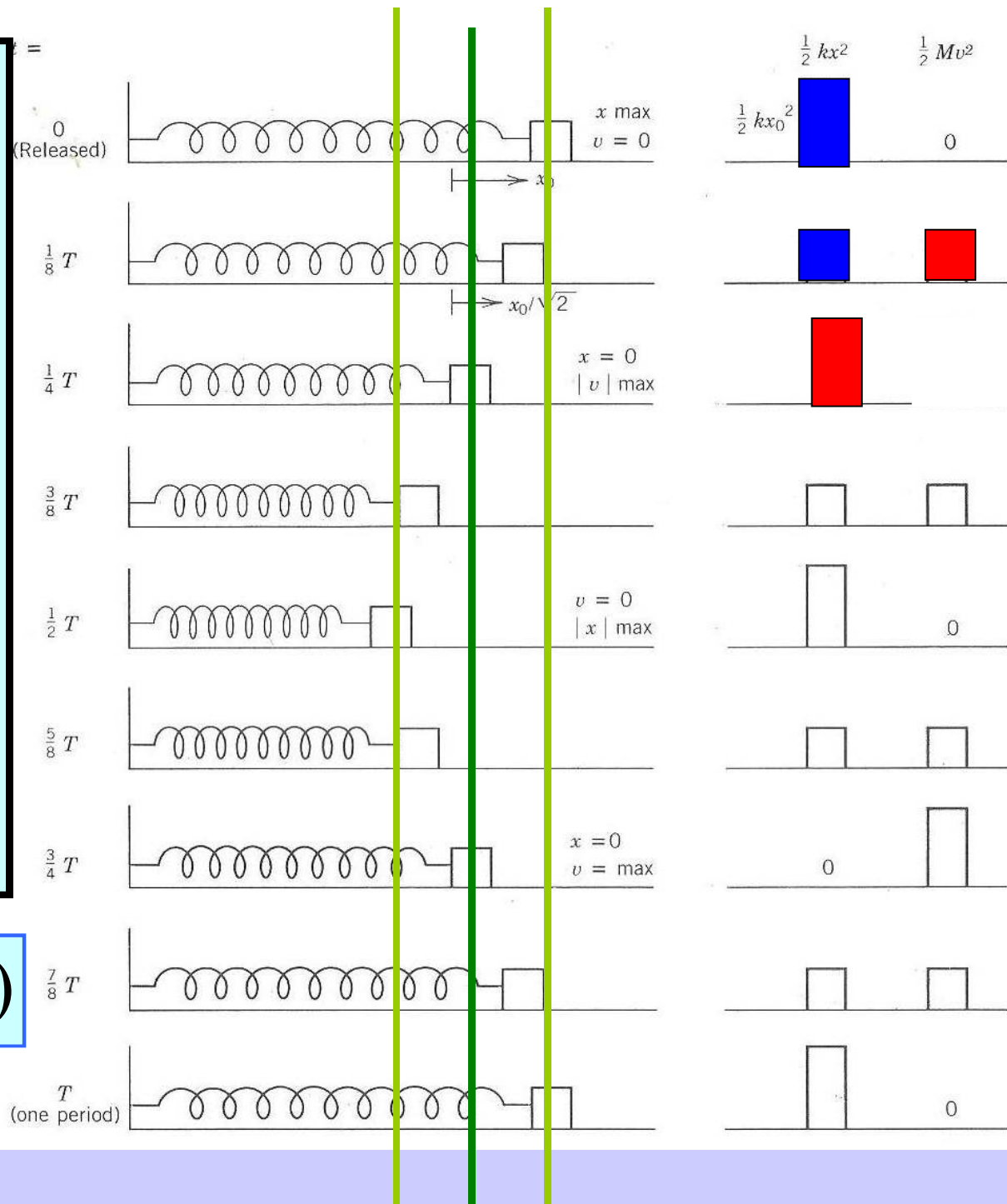
const.

ΚΑΘΕ ΣΤΟΙΧΕΙΩΔΕΣ ΤΜΗΜΑ ΤΗΣ ΧΟΡΔΗΣ
ΚΑΝΕΙ Γ.Α.Τ ΠΑΡΕΡΧΟΜΕΝΟΥ ΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ

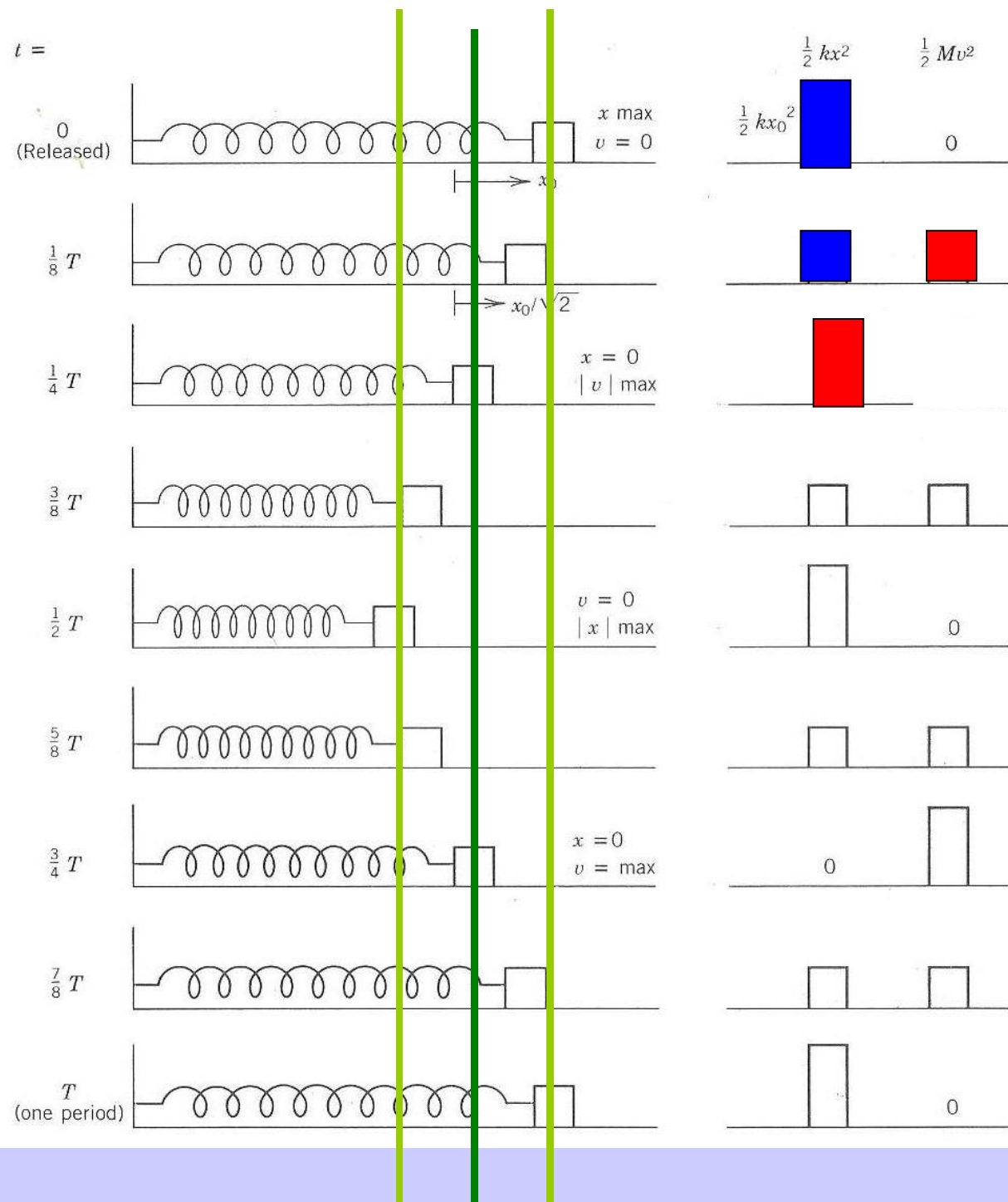


«ΓΝΩΡΙΖΟΥΜΕ»
ΟΤΙ
ΣΤΗΝ
«Γ.Α.Τ»
ΥΠΑΡΧΕΙ
«ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ»
ΤΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ
ΑΠΟ ΜΙΑ ΜΟΡΦΗ
ΣΤΗΝ ΑΛΛΗ.
ΕΙΝΑΙ Η
«ΓΝΩΣΗ» ΑΥΤΗ
ΣΥΜΒΑΤΗ ΜΕ
ΤΗ ΣΥΣΧΕΤΙΣΗ:

$$\rho_{\kappa}(x, t) = \rho_{\delta}(x, t)$$

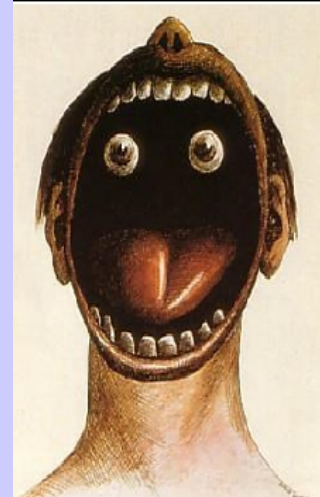


ΑΛΛΕΣ
 ΣΤΙΓΜΕΣ
 ΟΛΗ
 Η ΕΝΕΡΓΕΙΑ
 ΕΧΕΙ
 ΤΗ ΜΟΡΦΗ
 ΔΥΝΑΜΙΚΗΣ.
 ΑΛΛΕΣ
 ΣΤΙΓΜΕΣ
 ΟΛΗ
 ΤΗ ΜΟΡΦΗ
 ΚΙΝΗΤΙΚΗΣ.

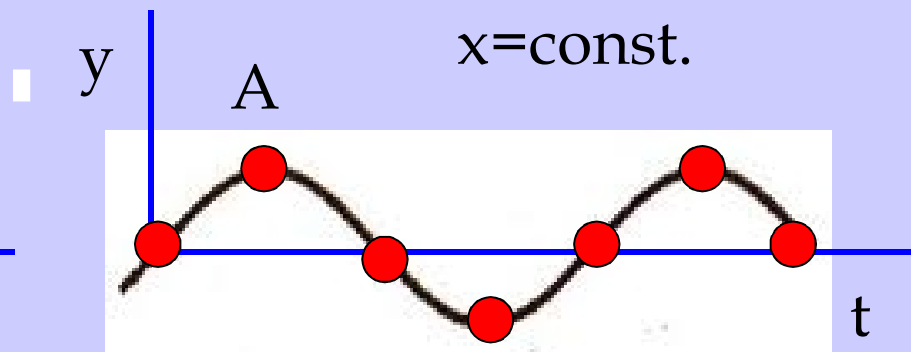
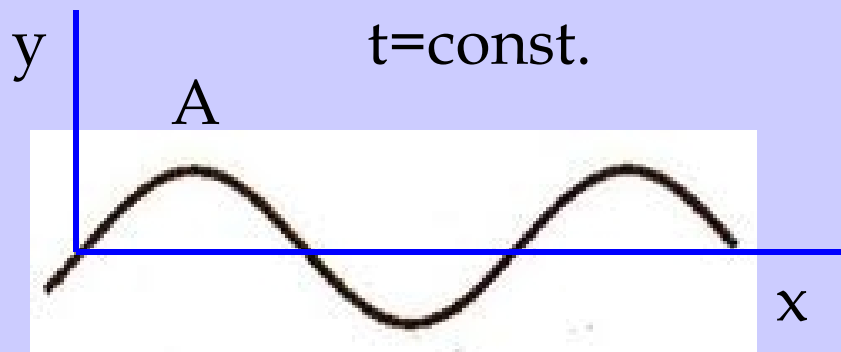


$$y(x, t) = A \cos(\omega t - kx)$$

$$\rho_{\kappa}(x, t) = \rho_{\delta}(x, t)$$



ΔΕΝ ΥΠΑΡΧΕΙ «ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ» ΤΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ
ΑΠΟ ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΣΕ ΚΙΝΗΤΙΚΗ
ΚΑΙ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΑ.



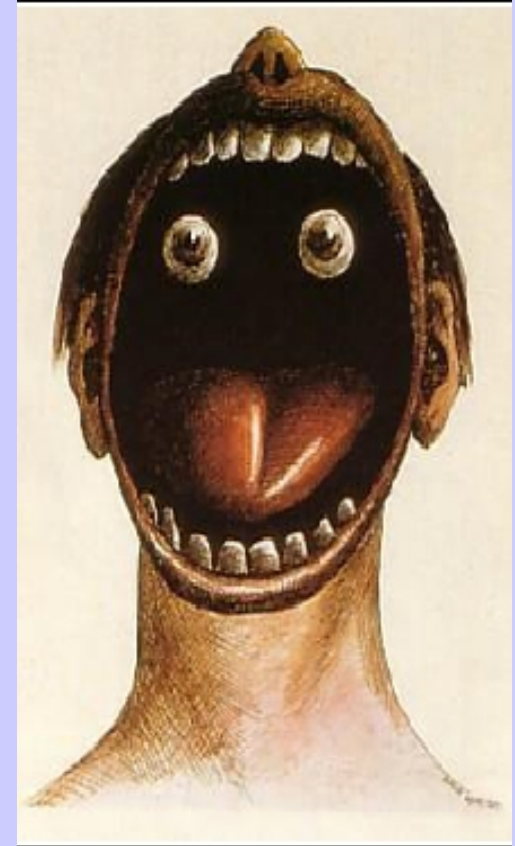
ΠΛΥΣΗ

ΕΓΚΕΦΑΛΟΥ!

Π
Α
Ρ
Α
Δ
Ο
Ξ
Ο
!



ΔΕΝ ΥΠΑΡΧΕΙ
ΠΑΡΑΔΟΞΟ!

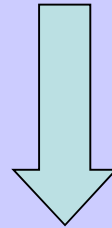


ΤΑ ΣΤΟΙΧΕΙΩΔΗ ΤΜΗΜΑΤΑ ΤΗΣ ΧΟΡΔΗΣ
ΚΑΝΟΥΝ Γ.Α.Τ
ΟΧΙ ΟΜΩΣ ΕΛΕΥΘΕΡΗ Γ.Α.Τ.
ΔΕΧΟΝΤΑΙ ΚΑΙ ΜΕΤΑΒΙΒΑΖΟΥΝ ΣΥΝΕΧΩΣ
ΕΝΕΡΓΕΙΑ

ΤΟ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ ΕΚΦΡΑΖΕΤΑΙ ΜΕ ΤΟ

ΛΟΓΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ:

ΕΑΝ ΜΙΑ ΠΡΟΤΥΠΗ ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΧΟΡΔΗ
(ΙΚΑΝΟΠΟΙΕΙ ΤΙΣ 7 ΑΠΑΙΤΗΣΕΙΣ) ΤΟΤΕ
ΚΑΤΑ ΤΗ ΔΙΑΔΟΣΗ ΔΙΑΤΑΡΑΧΗΣ
ΟΠΟΤΕ ΤΑ ΣΤΟΙΧΕΙΩΔΗ ΤΜΗΜΑΤΑ ΤΗΣ ΧΟΡΔΗΣ
ΔΕΝ ΚΑΝΟΥΝ ΕΛΕΥΘΕΡΗ Γ.Α.Τ
ΙΣΧΥΕΙ:



$$\rho_{\kappa}(x, t) = \rho_{\delta}(x, t)$$

3. Η ΠΥΚΝΟΤΗΤΑ ΤΗΣ

ΟΛΙΚΗΣ

(ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ)

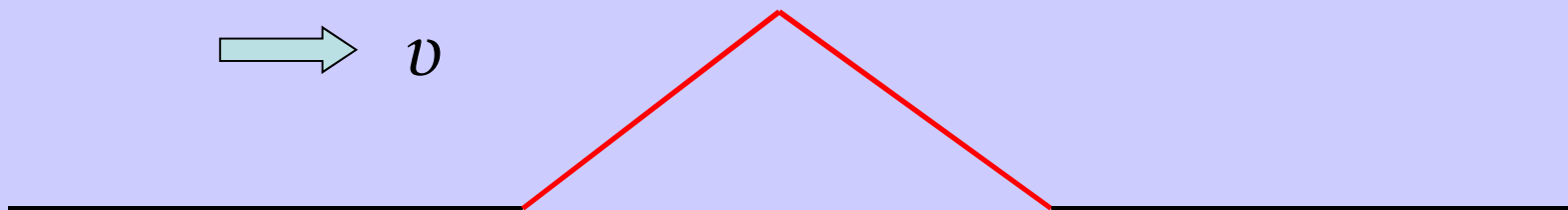
ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

$$\rho_{\kappa}(x, t) = \frac{1}{2} \mu \left\{ \frac{\partial y(x, t)}{\partial t} \right\}^2 \quad \rho_{\delta}(x, t) = \frac{1}{2} T \left(\frac{\partial y(x, t)}{\partial x} \right)^2$$

$$\rho_{\mu}(x, t) = \rho_{\kappa}(x, t) + \rho_{\delta}(x, t)$$

$$\rho_{\mu}(x, t) = 2\rho_{\kappa}(x, t) = 2\rho_{\delta}(x, t)$$

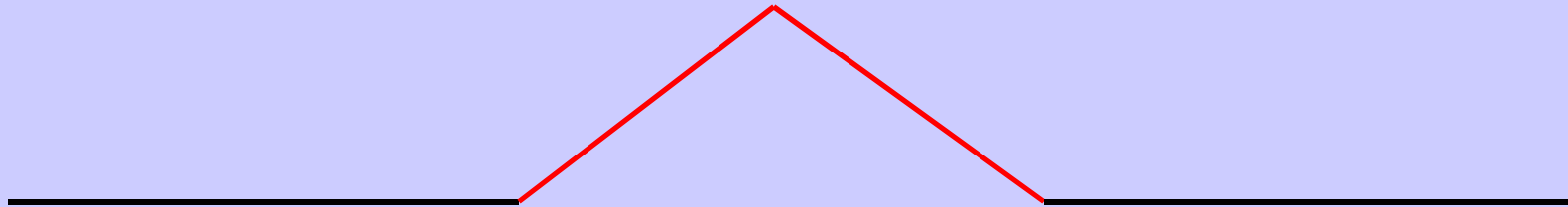
ΑΣΚΗΣΗ



Ο ισοσκελής τριγωνικός παλμός
ύψους H και βάσης L
διαδίδεται σε χορδή
παραμέτρων T, μ .
Ποιά είναι η Μηχανική Ενέργεια του;

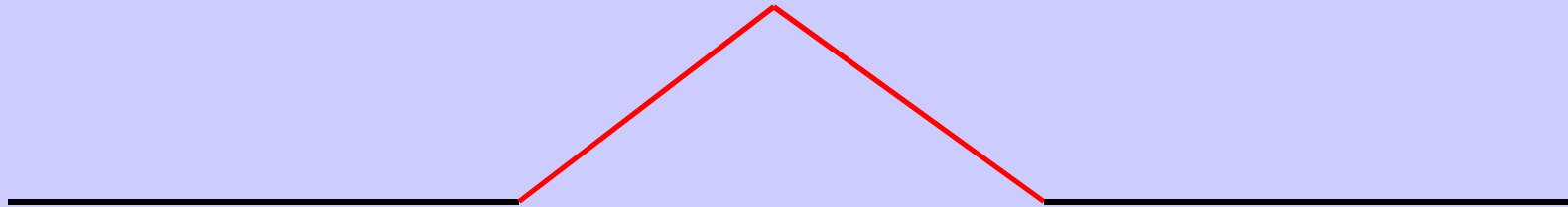
$$\rho_{\mu}(x, t) = 2\rho_{\kappa}(x, t) = 2\rho_{\delta}(x, t)$$

ΑΣΚΗΣΗ



Με ένα ισοσκελές τριγωνικό «καλούπι»
ύψους H και βάσης L
παραμορφώνουμε χορδή παραμέτρων T , μ .
Πόσο έργο πρέπει να δαπανήσουμε
για να κάνουμε αυτήν την παραμόρφωση;
Να συγκριθεί το έργο αυτό
με τη μηχανική ενέργεια της
προηγούμενης άσκησης.

ΑΣΚΗΣΗ



Συνεχίζουμε από το προηγούμενο πρόβλημα.
Τραβάμε το καλούπι.

Γιατί θα διαδοθούν δύο όμοιοι τριγωνικοί παλμοί,
ο ένας προς τα αριστερά και ο άλλος προς τα δεξιά;

Γιατί οι δύο παλμοί θα έχουν το ίδιο μήκος L ;

Γιατί δεν θα έχουν ύψος H ;

Ποιό θα είναι το νέο κοινό ύψος h ;

ΠΟΣΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ

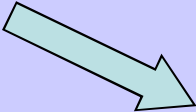
ΒΡΙΣΚΕΤΑΙ

ΣΕ ΕΝΑ ΜΗΚΟΣ ΚΥΜΑΤΟΣ

ΑΡΜΟΝΙΚΟΥ ΚΥΜΑΤΟΣ;

$$\rho_{\kappa}(x, t) = \frac{1}{2} \mu \left\{ \frac{\partial y(x, t)}{\partial t} \right\}^2$$

$$u(x, t) = \frac{\partial y(x, t)}{\partial t} = A \frac{2\pi}{T} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) = u_0 \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$



$$u_0 = \frac{2\pi}{T} A = 2\pi \nu A = \omega A$$

$$u(x, t = 0) = u_0 \cos \left(-\frac{2\pi x}{\lambda} \right) = u_0 \cos \left(\frac{2\pi x}{\lambda} \right)$$

$$\rho_{\kappa}(x, t)_{t=0} = \frac{1}{2} \mu \left\{ \frac{\partial y(x, t)}{\partial t} \right\}_{t=0}^2 = \frac{1}{2} \mu (u_0)^2 \cos^2 \left(\frac{2\pi x}{\lambda} \right)$$

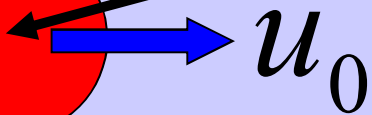
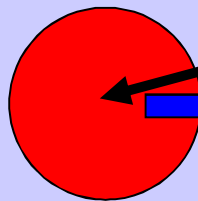
$$K(\lambda) = \frac{1}{2} \mu (u_0)^2 \int_0^{\lambda} \cos^2 \left(\frac{2\pi x}{\lambda} \right)$$

$$K(\lambda) = \frac{1}{2} \mu (u_0)^2 \frac{\lambda}{2} = \frac{1}{4} \mu \lambda (u_0)^2$$

$$K(\lambda) = \frac{1}{4} \mu \lambda (u_0)^2$$

$$\rho_K(x, t) = \rho_\delta(x, t)$$

$$M(\lambda) = 2K(\lambda) = \frac{1}{2} (\mu \lambda) (u_0)^2$$



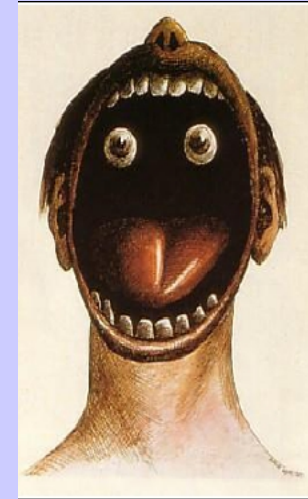
ΦΥΣΙΚΗ ΕΙΚΟΝΑ

Σε ελαστική χορδή διαδίδονται δύο όμοια αρμονικά κύματα:

$$y_1(x, t) = A \sin(kx - \omega t)$$

$$y_2(x, t) = A \sin(kx - \omega t)$$

Η συμβολή τους διαμορφώνει αρμονικό κύμα διπλάσιου πλάτους $2A$.



Η ενέργεια που μεταφέρει κάθε ένα από τα κύματα είναι ανάλογη του τετραγώνου του πλάτους του.

Φαίνεται ότι η συμβολή δημιούργησε κύμα που μεταφέρει ενέργεια διπλάσια από την ολική ενέργεια που μετέφεραν τα αρχικά κύματα.

Φαίνεται ότι η επαλληλία και η διατήρηση της ενέργειας δεν μπορεί να ισχύουν ταυτόχρονα!

ΤΙΠΟΤΑ ΔΕΝ ΕΙΝΑΙ ΕΥΚΟΛΟ!

ΤΙ ΣΥΜΒΑΙΝΕΙ;

Η ΕΝΝΟΙΑ

ΤΗΣ

ΕΜΠΕΔΗΣΗΣ

$$M_{(\lambda)} = \frac{1}{2} (\mu \lambda) (\omega A)^2$$

$$\frac{M_{(\lambda)}}{T} = \frac{1}{2} \mu \left(\frac{\lambda}{T} \right) (\omega A)^2$$

$$\bar{P} = \frac{1}{2} \mu (\lambda v) (\omega A)^2$$

$$\bar{P} = \frac{1}{2} \mu (v) (\omega A)^2$$

$$\bar{P} = \frac{1}{2} \mu \left(\sqrt{\frac{T}{\mu}} \right) (\omega A)^2$$

$$\bar{P} = \frac{1}{2} \sqrt{T \mu} (\omega A)^2$$

$$\bar{P} = \left\{ \frac{1}{2} (\omega A)^2 \right\} \left\{ \sqrt{T \mu} \right\}$$

ΣΥΖΗΤΑΜΕ

ΜΕ ΤΟΥΣ

ΤΥΠΟΥΣ!

$$\bar{P} = \left\{ \frac{1}{2} (\omega A)^2 \right\} \left\{ \sqrt{T\mu} \right\}$$

$$\bar{P} = \left\{ \frac{1}{2} (\omega A)^2 \right\} \left\{ \sqrt{T\mu} \right\}$$

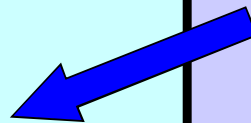


Χαρακτηριστικά
Διεγέρτη



Χαρακτηριστικά
Γραμμής Μεταφοράς

Z
ΕΝΔΟΓΕΝΗΣ
ΕΜΠΕΔΗΣΗ
ΓΡΑΜΜΗΣ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ
(ΜΕΣΟΥ ΔΙΑΔΟΣΗΣ)



$$Z = \sqrt{T\mu}$$

$$\bar{P} = \left\{ \frac{1}{2} (\omega A)^2 \right\} \left\{ \sqrt{T\mu} \right\}$$

Χαρακτηριστικά
Γραμμής Μεταφοράς

Χαρακτηριστικά
Διεγέρτη

ΤΙ ΘΑ ΣΥΜΒΕΙ ΕΑΝ Η ΕΜΠΕΔΗΣΗ
(π.χ η μ)
ΜΕΤΑΒΛΗΘΕΙ ΣΕ ΜΙΑ ΘΕΣΗ ΤΗΣ ΧΟΡΔΗΣ;

ΑΣΥΝΕΧΕΙΑ ΣΤΗΝ ΚΑΤΑΝΟΜΗ
ΤΗΣ $\mu - Z$



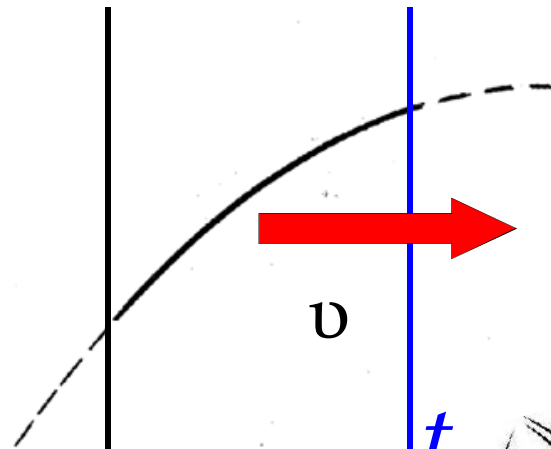
ΑΝΑΚΛΑΣΗ - ΔΙΑΘΛΑΣΗ!

Η ΙΣΧΥΣ ΤΗΣ ΡΟΗΣ ΤΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

$$dE_{\mu} = \frac{dE_{\mu}}{dx} dx = \frac{dE_{\mu}}{dx} \frac{dx}{dt} dt = \rho_{\mu} v dt$$

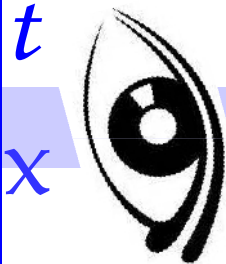
$$S(x,t) \equiv \frac{dE_{\mu}}{dt} = \rho_{\mu}(x,t) v$$

ΕΙΝΑΙ ΕΝΑΣ ΓΕΝΙΚΟΣ
ΤΥΠΟΣ
ΓΙΑ ΤΑ ΚΥΜΑΤΑ!



dx

$$dx = v dt$$



ΠΡΟΕΡΑΙΤΙΚΑ

ΘΕΜΑΤΑ ΜΕΛΕΤΗΣ

ΔΙΑΔΟΣΗ ΟΡΜΗΣ



ΕΝΕΡΓΕΙΑ

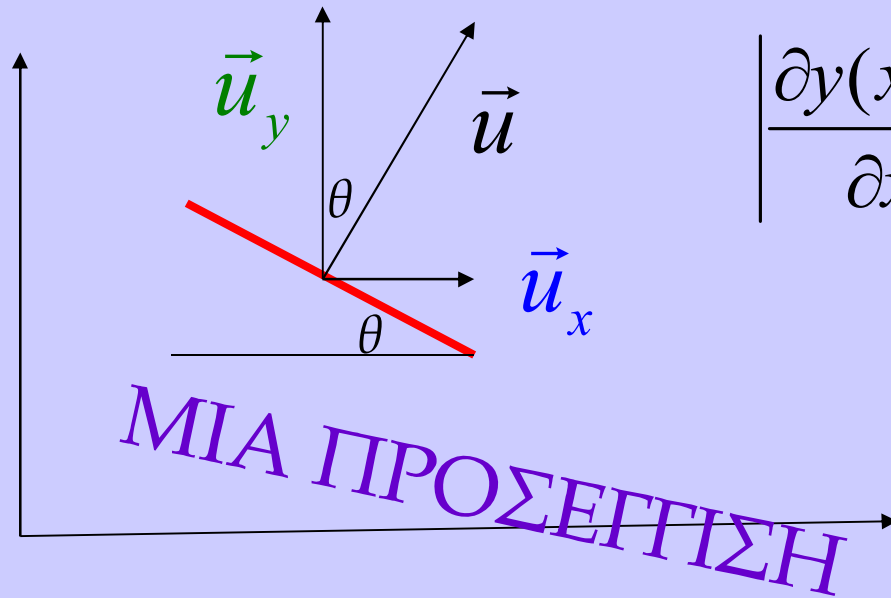
ΟΡΜΗ

Η ΧΡΗΣΗ ΤΩΝ ΠΡΟΤΥΠΩΝ ΕΧΕΙ ΣΥΝΕΠΕΙΕΣ!

ΔΙΑΔΟΣΗ ΟΡΜΗΣ



ΤΟ **ΠΡΟΤΥΠΟ** ΠΡΟΒΛΕΠΕΙ ΤΗ ΔΙΑΔΟΣΗ
ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΚΑΤΑ ΤΗ ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΔΙΑΔΟΣΗΣ
ΟΧΙ ΟΜΩΣ ΚΑΙ ΤΗ ΔΙΑΔΟΣΗ ΟΡΜΗΣ! Η ΚΙΝΗΣΗ
ΟΜΩΣ ΤΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΔΩΝ ΤΜΗΜΑΤΩΝ ΤΗΣ
ΧΟΡΔΗΣ ΔΕΝ ΕΙΝΑΙ ΑΥΣΤΗΡΑ ΕΓΚΑΡΣΙΑ.
ΕΧΟΥΜΕ ΚΑΙ ΔΙΑΜΗΚΗ ΚΙΝΗΣΗ



$$\left| \frac{\partial y(x, t)}{\partial x} \right| \ll 1 \quad \tan \theta = -\frac{\partial y(x, t)}{\partial x}$$

$$\sin \theta \approx \tan \theta = -\frac{\partial y(x, t)}{\partial x}$$

$$u_y(x, t) \equiv \frac{\partial y(x, t)}{\partial t} = u \cos \theta \approx u$$

$$u_x(x, t) \equiv u \sin \theta \approx u \tan \theta = -\frac{\partial y(x, t)}{\partial t} \frac{\partial y(x, t)}{\partial x}$$

$$\left\{ \begin{aligned} g_y(x, t) &= \frac{G_y(x, x + dx, t)}{dx} = \frac{(\mu dx) u_y}{dx} = \mu \frac{\partial y(x, t)}{\partial t} \\ g_x(x, t) &= \frac{G_x(x, x + dx, t)}{dx} = \frac{(\mu dx) u_x}{dx} = -\mu \frac{\partial y(x, t)}{\partial t} \frac{\partial y(x, t)}{\partial x} \end{aligned} \right.$$

$$g_x(x, t) = -\mu \frac{\partial y(x, t)}{\partial t} \frac{\partial y(x, t)}{\partial x}$$

$$S(x, t) \equiv \frac{dE_\mu}{dt} = \rho_\mu(x, t)v = \mu \left(\frac{\partial y(x, t)}{\partial t} \right)^2 v =$$

$$= \mu \left(\frac{\partial y(x, t)}{\partial t} \right) \left(\frac{\partial y(x, t)}{\partial t} \right) v =$$

$$\mu \left(-v \frac{\partial y(x, t)}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial y(x, t)}{\partial t} \right) v =$$

$$= -\mu \left(\frac{\partial y(x, t)}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial y(x, t)}{\partial t} \right) v^2 =$$

$$= g_x(x, t)v^2$$

$$S(x, t) = g_x(x, t) v^2$$

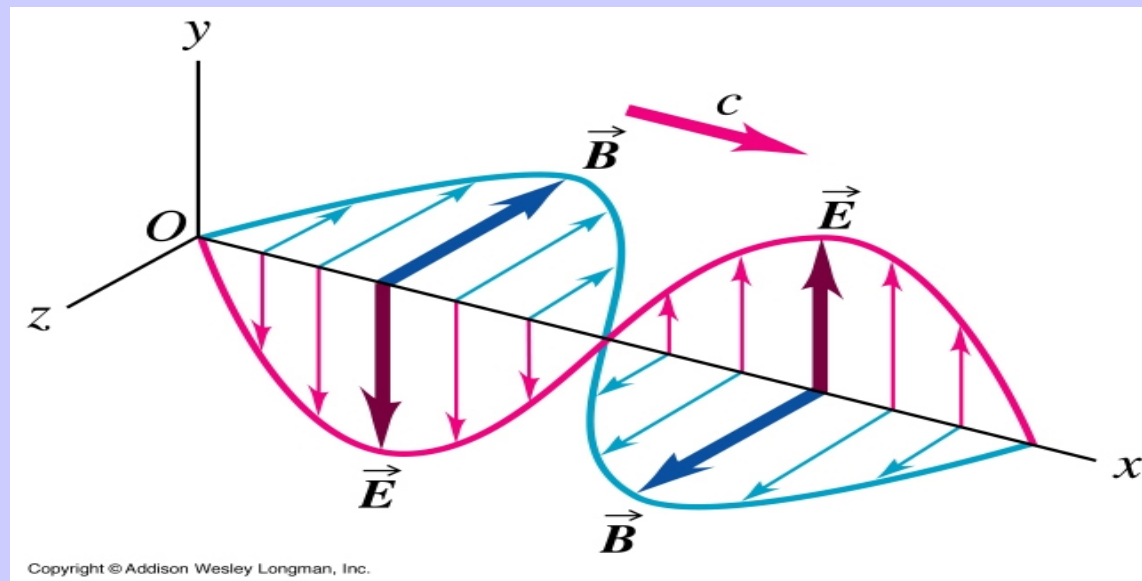


Ο ΡΥΘΜΟΣ ΜΕ ΤΟΝ ΟΠΟΙΟΝ ΡΕΕΙ Η ΕΝΕΡΓΕΙΑ
ΚΑΤΑ ΤΗ ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΤΗΣ ΔΙΑΔΟΣΗΣ
ΕΙΝΑΙ ΑΝΑΛΟΓΟΣ
ΤΟΥ ΡΥΘΜΟΥ ΜΕ ΤΟΝ ΟΠΟΙΟΝ ΡΕΕΙ Η ΟΡΜΗ
ΚΑΤΑ ΤΗ ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΔΙΑΔΟΣΗΣ

$$S(x, t) = g_x(x, t) v^2$$

ΣΤΗΝ ΗΛΕΚΤΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗ:

$$S(x, t) = g(x, t) c^2$$





$$\frac{\partial g_x(x, t)}{\partial t} = - \frac{\partial \rho_\delta(x, t)}{\partial x}$$

$$\frac{\partial g_y(x, t)}{\partial t} = - \frac{\partial \rho_k(x, t)}{\partial x}$$

Reuben Benumof

Momentum propagation by traveling waves

American Journal of Physics, 50(1), 20-25, 1982

ΚΥΜΑΤΑ ΟΡΜΗΣ

Να δείχτεί ότι η

$$g_x(x, t)$$

ικανοποιεί τη διαφορική εξίσωση του κύματος

με ταχύτητα

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$